

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	تعداد صفحه: ۳
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	
		نمره	

**الف) بخش الزامی**

دانش آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۳ جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید.

۰/۷۵	۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی است. ب) اگر تابع $f$ در $x = a$ پیوسته باشد، آنگاه $f$ در $a$ مشتق پذیر است. ج) تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در بازه $(-1, 1)$ اکیداً صعودی است.
۰/۷۵	۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) برد تابع $y = \tan x$ برابر ..... است. ب) حد تابع $f(x) = \frac{5x+4}{x^2+x-8}$ وقتی که $x \rightarrow -\infty$ برابر ..... است. ج) تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مشتق پذیر نیست. خط $x = 0$ را ..... منحنی می نامیم.
۰/۷۵	۳	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. الف) نمودار تابع $y = 3f(\frac{1}{2}x)$ را رسم کنید. ب) دامنه تابع $y = 3f(\frac{1}{2}x)$ را تعیین کنید.
		
۱	۴	اگر $f(x) = 3x - 4$ و $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ ضابطه تابع $g(x)$ را به دست آورید
۰/۷۵	۵	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2}x$
۱	۶	معادله مثلثاتی $\cos x(2\cos x - 9) = 5$ را حل کنید
۱/۷۵	۷	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$

«ادامه سوالات در صفحه بعد»

باسمه تعالی

تعداد صفحه: ۳	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
مدت امتحان: ۱۲۰	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	نمره
------	-------------------------	---	------

۱	<p>در نمودار مقابل خط <math>d</math> در نقطه <math>x = 1</math> بر نمودار <math>f</math> مماس شده است:</p> <p>الف) مشتق تابع <math>f</math> را در نقطه <math>x = 1</math> محاسبه کنید.</p> <p>ب) شیب نمودار را در نقاط <math>C, B</math> مقایسه کنید.</p>	۸
۱/۲۵	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) =  x^2 - 4 $ را در نقطه $x = -2$ بررسی کنید.	۹
۱/۲۵	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۱۰
	الف) $f(x) = \left(\frac{-3x+1}{x^2+5}\right)^8$ ب) $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(\sqrt{3x+2})$	
۱/۵	یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است.	۱۱
	الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی $1 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می یابد؟	
	ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 4$ چقدر است؟	
۲/۲۵	تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ در نظر بگیرید:	۱۲
	الف) با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.	
	ب) مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f$ در بازه $[0, 3]$ در صورت وجود به دست آورید.	
۱/۵	هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت $32 \text{ cm}^2$ خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه های بالا و پایین هر صفحه $2 \text{ cm}$ و حاشیه های کناری هر کدام یک سانتیمتر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.	۱۳

«ادامه سوالات در صفحه بعد»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	تعداد صفحه: ۳
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	
	نمره		

**بخش انتخابی (ب)**

دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۴ تا ۱۷ فقط ۲ سوال را به دلخواه انتخاب و پاسخ دهید.

۱۴	کانونهای یک بیضی نقاط $(1, 3)$ و $(-5, 1)$ است. الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله قطر بزرگ بیضی را بنویسید. ب) اگر $a = 6$ باشد، اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.	۲
۱۵	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر $0/08$ و نوزاد دختر $0/03$ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟	۲
۱۶	اگر $f(x) = \sqrt{4-2x}$ و $g(x) = x^2 + 2x - 1$ باشد، الف) دامنه تابع $gof$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $gof(2) - \frac{f}{g}(0)$ تعیین کنید.	۲
۱۷	اگر نقطه $(2, 1)$ ، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر $b$ و $d$ را به دست آورید.	۲
۲۴	جمع نمره	"موفق باشید"

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (ب) نادرست صفحات: ۷ و ۷۸ و ۱۰۴ ج) نادرست هر مورد	۰/۲۵
۲	الف) R (ب) صفر صفحات: ۳۹ و ۶۳ و ۸۰ ج) مماس قائم هر مورد	۰/۲۵
۳	الف) رسم شکل (۰/۵) ب) $D = [-۴, ۶]$ (۰/۲۵) صفحه: ۲۰	۰/۷۵
۴	$f(g(x)) = 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14$ (۰/۵) $\Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$ (۰/۵) صفحه: ۲۲	۱
۵	$\max =  a  + c = 1 + \sqrt{3}$ (۰/۵) $T = \frac{2\pi}{\pi} = 4$ (۰/۲۵) $\min = - a  + c = -1 + \sqrt{3}$ صفحه: ۴۰	۰/۷۵
۶	$2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۰/۲۵) $\cos x = 5$ (۰/۲۵) صفحه: ۴۸ غ ق ق ۵	۱
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)(x+\sqrt{x+6})}{x^2-x-6}$ (۰/۷۵) $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)(x+\sqrt{x+6})}{(x+2)(x-3)} = \frac{24}{5}$ (۰/۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x-3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$ (۰/۵) صفحات: ۵۷ و ۵۳	۱/۷۵
۸	الف) $f'(1) = \frac{2-0}{0-1} = -2$ (۰/۵)      ب) $m_B < m_C$ (۰/۵) صفحه: ۷۶	۱
۹	تابع در $x = -2$ پیوسته است. (۰/۲۵)	۱/۲۵

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف											
	$f'_+(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{ x^2 - 4 }{x + 2} = 4 \quad (0/25)$ $f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{ x^2 - 4 }{x + 2} = -4 \quad (0/25)$ $\Rightarrow f'_+(-2) \neq f'_-(-2) \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">۹۱: <math>f'(-2)</math> موجود نیست. (۰/۲۵) صفحه: ۹۱</p>												
۱/۲۵	$\text{الف) } f'(x) = 8 \left( \frac{-3x+1}{x^2+5} \right)' \times \left( \frac{-3(x^2+5) - 2x(-3x+1)}{(x^2+5)^2} \right)$ $\text{ب) } g'(x) = \left( -\frac{1}{x^2} \right)' (\sqrt{3x+2}) + \left( \frac{1}{x} \right)' \left( \frac{3}{2\sqrt{3x+2}} \right)$ <p style="text-align: right;">صفحات: ۸۸ و ۹۲</p>	۱۰											
۱/۵	$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{130 - 3}{4 - 1} = \frac{127}{3} \quad (0/25)$ $m'(4) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \Big _{t=4} = \frac{1}{4} + 96 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">صفحه: ۱۰۰</p>	۱۱											
۲/۲۵	$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \quad (0/25) \quad \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \quad (0/5)$ <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f'</math></td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f</math></td> <td style="padding: 5px;">↙ -16</td> <td style="padding: 5px;">↘ 11</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> </tr> </table> <div style="margin-left: 20px;"> <p>min      max</p> </div> </div> <p style="text-align: right;">تکمیل جدول: (۰/۷۵) نمره</p> <p style="text-align: right;">(ب)</p>	$x$	-1	2	$f'$	-	+	-	$f$	↙ -16	↘ 11	↘	۱۲
$x$	-1	2											
$f'$	-	+	-										
$f$	↙ -16	↘ 11	↘										

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

	$f(0) = -9 \text{ min}$ $f(2) = 11 \text{ max} \Rightarrow (0/75)$ صفحه: ۱۱۲ $f(3) = 0$	
--	---	--

۱/۵	$xy = 32 \text{ (0/25)} \rightarrow \overbrace{f(x) = (y+2)(x+4) = \frac{128}{x} + 40 + 2x}^{(0/25)} \rightarrow \overbrace{f'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2 = 0}^{(0/25)}$ $\rightarrow x = 8 \text{ (0/25)}, y = 4 \text{ (0/25)}$ ابعاد صفحه: $6 \times 12$ است. (0/25) صفحه: ۱۲۰	۱۳
-----	---	----

سوالات انتخابی

۲	$O \begin{cases} \frac{1+1}{2} = 1 \\ \frac{3-5}{2} = -1 \end{cases} \text{ مرکز (0/5)}$ $FF' =  3 - (-5)  = 8 = 2C \text{ (0/25)} \rightarrow C = 4 \text{ (الف)}$ و معادله قطر بزرگ: $x = 1 \text{ (0/25)}$ (ب) $b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 16 = 20 \text{ (0/25)} \rightarrow b = \sqrt{20} \Rightarrow BB' = 2\sqrt{20} \text{ (0/25)}, e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \text{ (0/5)}$ صفحه: ۱۳۲	۱۴
---	---	----

۲	$P(A) = P(B)P(A B) + P(B_c)P(A B_c) \text{ (0/5)}$ $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} = \frac{11}{200} \text{ (0/5)}$ صفحه: ۱۴۷	۱۵
---	---	----

۲	$D_{gof} = \{x \in D_f   f(x) \in D_g\} = \{x \in (-\infty, 2]   \sqrt{4-2x} \in R\} = (-\infty, 2] \text{ (0/5)}$ ب) $gof(2) - \frac{f}{g}(0) = -1 - (-2) = 1 \text{ (0/75)}$ صفحه: ۲۲	۱۶
---	--	----

۲	$f'(x) = 3x^2 + 2bx \text{ (0/5)}$ $f'(2) = 0 \text{ (0/25)} \Rightarrow 12 + 4b = 0 \text{ (0/25)} \Rightarrow b = -3 \text{ (0/25)}$ $f(2) = 1 \text{ (0/25)} \Rightarrow 8 + 4b + d = 1 \text{ (0/25)} \Rightarrow d = 5 \text{ (0/25)}$ صفحه: ۱۱۲	۱۷
---	--	----

۲۴	"در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است"	
----	--	--