

تاریخ: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱

بسمه تعالیٰ

تعداد صفحات:

آموزش و پرورش شهرستان مشهد ناحیه ۴

نام و نام خانوادگی:

تعداد سوال:

موسسه فرهنگی آموزشی امام حسین علیہ السلام

نام دبیر:

نمره به عدد:

دبیرستان دخترانه دوره دوم امام حسین(ع)- واحد ۲

ساعت شروع: صبح

نمره به حروف:

آزمون نوبت اول پایه دهم رشته ریاضی و تجربی

نام درس: ریاضی

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

۱- درستی یانادرستی هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)

غ ص

$\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$ الف)

غ ص

ب) در ناحیه دوم دایره مثلثاتی سینوس و کسینوس یک زاویه هم علامت هستند.

غ ص

پ) ریشه های دوم عدد ۸۱ عددهای ۹ و -۹ هستند.

غ ص

ت) معادله محور تقارن سه‌می $x^2 - 4x + 4 = -2$ است.

۲- جاهای خالی را با کلمات یا عبارات مناسب کامل کنید. (۱/۵ نمره)

الف) اگر \mathbb{R} مجموعه مرجع و $A = \{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 3\}$ بازه است.

ب) مقدار عددی عبارت $A = \frac{\sin 30^\circ + \cos 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ}$ برابر است.

پ) حاصل $\sqrt[4]{(1 - \sqrt{2})^4} + \sqrt[5]{(2 - \sqrt{2})^5}$ برابر است.

۳- در یک کلاس ۲۵ نفری تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال. اگر ۵ نفر عضو هیچ یک از

تیم ها نباشند، چند نفر عضو هر دو تیم هستند. (۱ نمره)

۴- در یک دنباله حسابی جمله سوم ۲۰ و جمله هفتم ۵۶ است. جمله پنجم دنباله را بیابید. (۱/۲۵ نمره)

۵- بین دو عدد ۳ و ۴۸ سه عدد چنان قرار دهید که آن ۵ عدد تشکیل دنباله هندسی بدهد. (۰/۷۵ نمره)

۶- جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ است. دنباله را مشخص کنید. (۱/۵ نمره)

۷- فرض کنید θ زاویه ای در ناحیه سوم دایره مثلثاتی . سایر نسبت های مثلثاتی را بیابید. (۱ نمره)

۸- معادله خطی را بنویسید که با جهت مثبت محور x ها زاویه 30° بسازد و از نقطه $A(3, 0)$ بگذرد. (۱/۲ نمره)

۹- دو ضلع مثلثی $27\sqrt{3}$ و 4 و زاویه بین دو ضلع 60° است. مساحت این مثلث را بیابید. (۵/۰ نمره)

۱۰- درستی تساوی زیر را ثابت کنید. (۱/۵ نمره)

$$\frac{1 + \tan \theta}{1 + \cot \theta} = \tan \theta$$

۱۱- جاهای خالی را با ($<$) ($=$) ($>$) کامل کنید. (۵/۰ نمره)

الف $\boxed{(-/1)^9} (-/1)^3$

ب $\sqrt[3]{125} \boxed{} \sqrt[4]{625}$

۱۲- عبارت های داده شده را تجزیه کنید. (۲ نمره)

الف $8a^3 + 27$

ب $x^4 - y^4$

۱۳- حاصل کسر زیر را بدست آورید. (۷/۰ نمره)

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{3}{x-1}$$

۱۴- مخرج کسر های زیر را گویا کنید. (۱ نمره)

الف $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

ب $\frac{x+8}{\sqrt[3]{x+2}}$

۱۵- معادلات زیر را به روش های خواسته شده حل کنید.

الف $(3x-2)^2 = 4$ (ریشه دوم) (۰/۵ نمره)

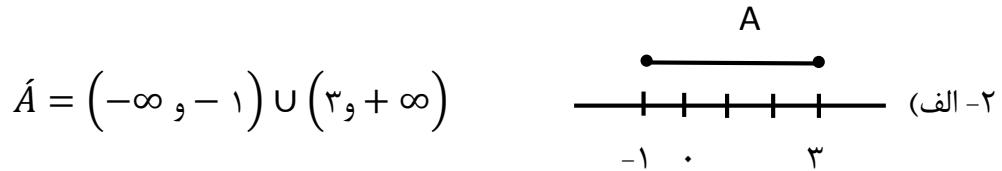
ب $x^3 - 6x - 7 = 0$ (مربع کامل کردن) (۱/۲۵ نمره)

پ $4x^2 - 13x + 3 = 0$ (Δ) (۱/۲۵ نمره)

ت $4x^2 - 12x + 8 = 0$ (تجزیه) (۰/۷ نمره)

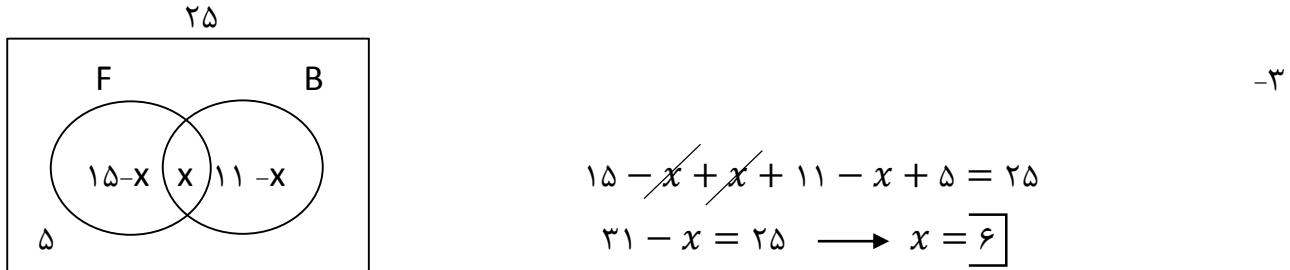
۱۶- سهمی به معادله $y = -2x^2 + 4x - 3$ را رسم کنید. (۱ نمره)

$$x = \frac{-b}{a} \rightarrow x = \frac{-(\textcolor{red}{-4})}{1} = 2 \quad \times(\text{ت}) \quad \checkmark_{(\text{پ})} \quad \times(\text{ب}) \quad \times(\text{الف})$$



$$A = \frac{\sin 30^\circ + \cos 30^\circ}{1 + \tan 345^\circ} \quad A = \frac{\frac{1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{1 + (1)^2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\sqrt[4]{(1 - \sqrt{2})^4} + \sqrt[5]{(2 - \sqrt{2})^5} = \underbrace{|1 - \sqrt{2}|}_{-} + 2 - \sqrt{2} = -1 + \cancel{\sqrt{2}} + 2 - \cancel{\sqrt{2}} = \boxed{1}$$



$$\begin{aligned} t_1 &= 20 & \rightarrow & t_1 = t_1 + 2d = 20 \\ t_5 &= 20 & \rightarrow & t_5 = t_1 + 4d = 20 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} -t_1 - 2d = -20 \\ t_1 + 4d = 20 \end{cases} \rightarrow \frac{4d = 40}{d = 10} \rightarrow d = 10$$

$$t_1 + 2(9) = 20 \rightarrow t_1 = 2$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \rightarrow t_n = 2 + (n-1)(10) \rightarrow t_n = 10n - 8 \rightarrow t_n = 10n - 8$$

$$t_5 = 10(5) - 8 \rightarrow t_5 = 50 - 8 \rightarrow t_5 = 42$$

۳ \bigcirc \bigcirc \bigcirc ۴۸

$$t_1 r^4 = 48 \rightarrow 3r^4 = 48 \rightarrow r^4 = 16 \rightarrow r = \pm 2$$

۳ $\boxed{\pm 6}$ $\boxed{12}$ $\boxed{\pm 24}$ ۴۸

$$\begin{array}{l} t_r = 12 \quad t_1 r^r = 12 \\ t_s = 96 \quad t_1 r^s = 96 \end{array} \rightarrow \frac{t_1 r^s}{t_1 r^r} = \frac{96}{12} \rightarrow r^r = 8 \rightarrow r = \boxed{\sqrt{2}} \quad -8$$

$$t_1 r^r = 12 \rightarrow t_1 (\sqrt{2})^r = 12 \rightarrow t_1 = 3$$

$$t_n = t_1 r^{n-1} \quad t_n = (3)(\sqrt{2})^{n-1}$$

$$1 + \tan^r \theta = \frac{1}{\cos^r \theta} \quad 1 + \left(\frac{r}{s}\right)^r = \frac{1}{\cos^r \theta} \quad -7$$

$$1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^r \theta} \rightarrow \frac{25}{9} = \frac{1}{\cos^r \theta} \rightarrow \cos^r \theta = \frac{9}{25} \rightarrow \cos \theta = \pm \frac{3}{5}$$

$$\text{نحوه در سوم ناحیه} \quad \cos \theta = -\frac{3}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\sin \theta}{-\frac{3}{5}} \rightarrow \sin \theta = \frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right)$$

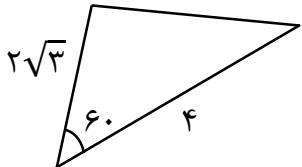
$$\rightarrow \sin \theta = -\frac{4}{5}$$

$$\cot \theta = \frac{3}{4}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - \cdot = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 3) \rightarrow m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad -9$$

$$\rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2} (2\sqrt{3})(4) \sin 60^\circ \quad -9$$



$$S = 4\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \rightarrow S = \boxed{6}$$

$$\frac{1 + \tan \theta}{1 + \cot \theta} = \tan \theta \rightarrow \frac{1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{(\cos \theta + \sin \theta) \sin \theta}{(\sin \theta + \cos \theta) \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta \quad -10$$

$$\text{الف) } (-\sqrt{3}/1)^9 > (-\sqrt{3}/1)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{125} = \boxed{\sqrt[3]{625}} \quad -11$$

$$\text{الف) } a^3 + 27 = (2a + 3)(4a^2 - 6a + 9) \quad -12$$

$$\text{ب) } x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} = (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) = (x - y)(x + y)(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{1(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{1}{x-1} = \frac{\sqrt{x}+1+1\sqrt{x}-1+1}{x-1} = \frac{1\sqrt{x}+1}{x-1} - 13$$

$$\text{الف) } \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2} - 14$$

$$\text{ب) } \frac{x+1}{\sqrt[3]{x}+1} \times \frac{\sqrt[3]{x}^2-1\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x}^2-1\sqrt[3]{x}+1} = \frac{(x+1)(\sqrt[3]{x}^2-1\sqrt[3]{x}+1)}{(x+1)} = (\sqrt[3]{x}^2 - 1\sqrt[3]{x} + 1)$$

$$\text{الف) } (3x-2)^2 = 4 \rightarrow 3x-2 = \pm 2 \quad \begin{cases} 3x-2=2 & 3x=4 & x=\frac{4}{3} \\ 3x-2=-2 & 3x=0 & x=0 \end{cases} - 15$$

$$\text{ب) } \begin{cases} x^2 - 6x - 4 = 0 & \rightarrow x^2 - 6x = 4 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = 4 + 9 \\ x^2 - 6x + 9 = 13 & \rightarrow (x-3)^2 = 13 \rightarrow x-3 = \pm 3 \end{cases} \begin{cases} x-3=3 & x=6 \\ x-3=-3 & x=-1 \end{cases}$$

$$\text{پ) } 4x^2 - 13x + 3 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac \quad \Delta = (-13)^2 - 4(4)(3)$$

$$\Delta = 169 - 48 = 121$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} & \rightarrow x_1 = \frac{13 + 11}{8} \rightarrow x_1 = \boxed{3} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} & \rightarrow x_2 = \frac{13 - 11}{8} \rightarrow x_2 = \boxed{\frac{1}{4}} \end{cases}$$

$$\text{ت) } 4x^2 - 12x + 1 = 0 \quad \div 4 \quad x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0 \quad \begin{cases} x = \boxed{1} \\ x = \boxed{2} \end{cases}$$

$$y = -2x^2 + 4x - 3 \quad S \left| \begin{array}{l} x = \frac{-b}{2a} \\ y = \end{array} \right. \quad \text{جایگزین} - 16$$

→

$$S \left| \begin{array}{l} x = \frac{-4}{2(-2)} = 1 \\ y = -2(1)^2 + 4(1) - 3 \end{array} \right. \quad y = -2 + 4 - 3$$

$$S \left| \begin{array}{l} +1 \\ -1 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} x \\ \hline y \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \cdot & 1 & 2 \\ -3 & -1 & -3 \end{array}$$

