

بارم	سوالات	ردیف
۱	<p>ماتریس <math>A</math> بصورت مقابل تعریف شده است</p> $A = [a_{ij}]_{3 \times 4} \quad a_{ij} = \begin{cases} i + j & i > j \\ 7 & i = j \\ i^2 - 1 & i < j \end{cases}$ <p><math>2a_{24} + 3a_{31} - 4a_{24}</math> را بدست آورید</p>	۱
۱	<p>مقدار <math>m</math> را طوری تعیین کنید که دستگاه معادله</p> $\begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m-1)x + y = 3 \end{cases}$ <p>جواب نداشته باشد</p>	۲
۱	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 4 &amp; a \\ b &amp; -1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری بدست آورید که <math>A \times B</math> ماتریس قطری باشد</p>	۳
۱	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 2 \\ 0 &amp; -1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 1 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} a+b &amp; 2 &amp; 2 \\ 2 &amp; 2 &amp; -1 \\ 2 &amp; -1 &amp; 4a+b \end{bmatrix}</math> باشند مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را چنان بیابید که</p> $A^T - B = \bar{0}$ <p>داشته باشیم</p>	۴
۱	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} -1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 2 &amp; 0 \\ -4 &amp; 4 &amp; 5 \end{bmatrix}</math> در این صورت حاصل <math> A A^T A^{-1} </math> را بیابید.</p>	۵
۱	<p>دترمینان ماتریس مقابل را بر حسب ستون دوم بدست آورید</p> $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 5 & -3 \end{bmatrix}$	۶
۱	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 5 A  &amp;  A  \\ 5 &amp; 4 A ^2 \end{bmatrix}</math> در این صورت <math>( A ^3 - 2)</math> را بیابید.</p>	۷
۱	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 0 &amp; 1 \\ -1 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> باشد ماتریس <math>A^7</math> را بدست آورید</p>	۸
۱	<p>جواب دستگاه مقابل را با استفاده از <math>A^{-1}</math> بیابید</p> $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$	۹
۱/۵	<p>نقطه <math>A</math> و خط <math>d</math> در صفحه مفروضند نقطه ای بیابید که از <math>A</math> به فاصله ۲ سانتی متر و از <math>d</math> به فاصله ۳ سانتی متر باشد</p> <p>بحث کنید</p>	۱۰
۱	<p>وضعیت خط <math>3x - 4y = 0</math> و دایره <math>x^2 + y^2 - 4y - 4x = -7</math> را مشخص کنید</p>	۱۱

۱	معادله دایره ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرها بی از آن باشد و خط $4x + 3y = 6$ بر آن مماس باشد	۱۲
۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(0, 1)$ بوده و با دایره $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ مماس داخل باشد.	۱۳
۱	حدود $a$ را طوری بدست آورید که $x^2 + y^2 - 3x + 5y + a = 0$ بتواند معادله یک دایره باشد	۱۴
۱	وضعیت جفت دایره $(x-1)^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + y^2 - 2x = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید	۱۵
۲	<p>جاهای خالی را با علامت مناسب پر کنید</p> <p>الف) اگر صفحه <math>P</math> به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد در این صورت فصل مشترک صفحه <math>P</math> با سطح مخروطی _____ است.</p> <p>ب) اگر صفحه ای سطح استوانه ای را قطع کند و بر محور استوانه ای عمود نباشد در آن صورت سطح مقطع _____ است.</p> <p>پ) صفحه ای با مولد سطح مخروطی موازی است و از رأس آن عبور نمی کند فصل مشترک صفحه با سطح مخروطی _____ است.</p> <p>ت) مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی با شعاع ثابت <math>R</math> که بر خط <math>d</math> در صفحه مماسند _____ است.</p> <p>ث) ماتریس مربعی که همه درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریس _____ می گویند.</p> <p>ج) در ماتریس <math>A = [a_{ij}]_{4 \times 3}</math> که در آن <math>a_{ij} = \frac{2i}{j-1}</math> باشد درایه واقع بر سطر سوم و ستون دوم ماتریس <math>A</math> برابر با _____ است.</p> <p>م) اگر <math>A = \begin{bmatrix} a &amp; 8 \\ 3 &amp; -4 \end{bmatrix}</math> وارون پذیر نباشد مقدار <math>a</math> برابر است با _____.</p> <p>ن) هرگاه صفحه ای شامل محور یک سطح مخروطی آن را برش دهد فصل مشترک حاصل به شکل _____ است.</p>	۱۶
۱	در بیضی نقاط $A$ و $A'$ دو سر قطر بزرگ بیضی و نقاط $F$ و $F'$ کانون های بیضی هستند ثابت کنید	۱۷
	$A'F' = AF$	
۱	بیضی با قطرهای ۶ و ۱۰ مفروض است خروج از مرکز بیضی را بدست آورید	۱۸
۲۰	جمع بارم	موفق باشید

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$2\alpha_{24} + 2\alpha_{34} - 2\alpha_{44} = 2 \times 2 + 2 \times 2 - 2(2) = 4 + 4 - 4 = 4$$

$$|A| = 0 \quad \begin{vmatrix} 2 & m \\ m-1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 2 - m^2 + m = 0 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$(m-2)(m+1) = 0 \rightarrow m = 2 \text{ و } m = -1 \quad \{2, -1\}$$

برای  $m = 2$   $\frac{2}{2-1} = \frac{2}{1} \neq \frac{1}{2}$  دستگاه جواب ندارد

برای  $m = -1$   $\frac{2}{-1-1} = \frac{-1}{1} \neq \frac{1}{2}$  دستگاه جواب ندارد

$$AXB = \begin{bmatrix} 2 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-2a & -1+2a \\ b-2 & -2b-2 \end{bmatrix}$$

$$-1+2a=0 \rightarrow a=1/2 \quad +b-2=0 \rightarrow b=2$$

$$A^T = \begin{bmatrix} a & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & a \end{bmatrix}$$

$$A^T - B = \begin{bmatrix} a & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & a+b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a-a-b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a-2a-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} +a+b=a \rightarrow a=0 \\ f+a+b=a \rightarrow a=0 \\ b=a \end{cases}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & a \end{vmatrix} = -1 \times 2 \times a = -2a$$

$$||A| A^T A^{-1}| = |-1 \cdot \frac{A A^T}{I}| = (-1)^3 |A| = (-1)^3 (-2a) = 2a$$

$$|A| = \begin{vmatrix} a|A| & |A| \\ a & 2|A|^2 \end{vmatrix} \rightarrow |A| = 2 \cdot |A|^2 - a|A|$$

$$2 \cdot |A|^2 - a|A| = 0 \rightarrow |A| (2 \cdot |A| - a) = 0$$

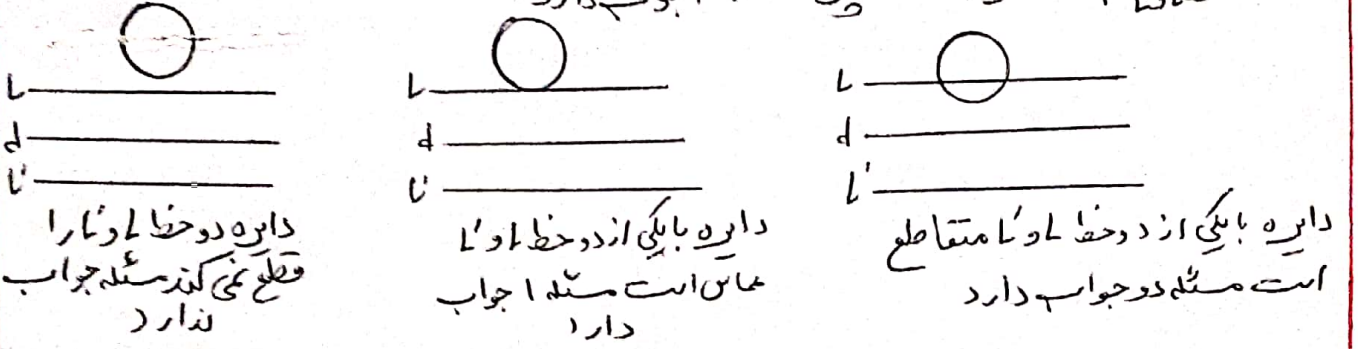
$\begin{cases} 2|A| = 0 \rightarrow |A| = 0 \\ |A|^2 - 2 = 0 \rightarrow |A| = \pm \sqrt{2} \\ |A|^2 = \frac{a}{2} \rightarrow |A| = \pm \sqrt{\frac{a}{2}} \end{cases}$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & a & -2 \end{vmatrix} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} + (-1)^2 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} + (-1)^0 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2 + 4 - 2 = 4$$

$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$  -۸  
 $AV = (A^2)^3 A = (-I)^3 A = -A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$   $A^{-1}AB = A^{-1}C \rightarrow B = A^{-1}C$  -۹  
 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3+10} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{13} \\ \frac{2}{13} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} x = \frac{4}{13} \\ y = \frac{2}{13} \end{matrix}$

۱۰- مکان هندسی نقطه ای در صفحه که از A به فاصله ۲ سانتی متر است دایره ای است به مرکز A در شعاع ۲ و هم چنین مکان هندسی نقطه ای در صفحه که از خط L به فاصله ۳ سانتی متر است دو خط به موازات L در فاصله ۳ آن و به فاصله ۳ سانتی متر از خط L (بنام او L) حال جواب مسئله اشتراک این دو مکان هندسی است که چون خط موازی قطعاً دایره است پس مسئله ۳ جواب دارد.



$x^2 + y^2 - 4y - 4x + 7 = 0$   $0 \mid \begin{matrix} 4 \\ 7 \end{matrix}$   $R = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 16 - 28} = 1$  -۱۱  
 $OH = \frac{|4x - 4y|}{\sqrt{4+16}} = \frac{|4(2) - 4(2)|}{5} = \frac{0}{5}$   $OH < R \Rightarrow$  خط دو دایره متقاطعند چون

$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x=2 \\ y=-1 \end{matrix}$   $0 \mid \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix}$  -۱۲  
 $\frac{OH}{R} = \frac{|4x + 3y - 4|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|1 - 3 - 4|}{5} = \frac{1}{5}$   $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \frac{1}{25}$

$x^2 + y^2 - 4x - 4y - 3 = 0$   $0 \mid \begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix}$   $R' = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 16 + 12} = 4$  -۱۳  
 $OO' = \sqrt{(0-2)^2 + (1-2)^2} = 2\sqrt{2}$   $OO' = |R - R'| \rightarrow 2\sqrt{2} = |R - 4| \rightarrow R - 4 = \pm 2\sqrt{2}$   
 $(x-0)^2 + (y-1)^2 = (\pm 2\sqrt{2} + 4)^2$   $R = \pm 2\sqrt{2} + 4$

$a^2 + b^2 > 4c \rightarrow 9 + 25 > 4a \rightarrow \frac{44}{4} > a \rightarrow a < 11$  -۱۴

$(x-1)^2 + y^2 = 1$   $0 \mid \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}$   $R=1$  -۱۵  
 $x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$   $0 \mid \begin{matrix} 2 \\ 4 \end{matrix}$   $R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 0 + 16} = \sqrt{5}$   
 $OO' = 0 \Rightarrow$  دو دایره هم مرکزند

۱۴- الت دو خط متقاطع

ب) بیضی

پ) سهمی

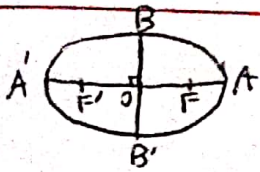
ت) دو خط موازی خط  $d$  در طرفین آن دو نقطه  $R$  از خط  $d$

ث) قطری

$$\alpha = \frac{2(4)}{2-1} = 6 \quad (ج)$$

$$|A| = -2\alpha - 2E = 0 \rightarrow \alpha = -6 \quad (د)$$

۱۵) دو خط متقاطع



$$\left. \begin{array}{l} A \text{ روی بیضی} \rightarrow AF + AF' = 2a \\ A' \text{ روی بیضی} \rightarrow A'F + A'F' = 2a \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow AF + AF' = A'F + A'F' \quad - IV \\ AF + AF + FF' = A'F' + FF' + A'F' \\ 2AF = 2A'F' \rightarrow AF = A'F' \end{array}$$

$$BB' = 2b = 6 \rightarrow b = 3$$

$$AA' = 2a = 10 \rightarrow a = 5$$

- ۱۸

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 25 = 9 + c^2 \rightarrow c^2 = 16 \rightarrow c = 4$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$$