

تاریخ: ۱۴۰۲ / /

بسمه تعالی

تعداد صفحات: ۵ صفحه

آموزش و پرورش شهرستان مشهد ناحیه ۴

نام و نام خانوادگی:

تعداد سوال: ۱۷ سوال

موسسه فرهنگی آموزشی امام حسین علیه السلام

نام دبیر: سلیمان نوری

نمره به عدد:

دبیرستان دخترانه دوره دوم امام حسین (ع) - واحد ۲

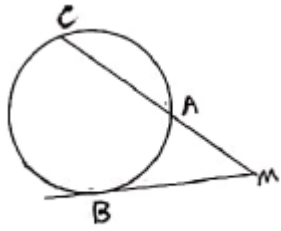
ساعت شروع: صبح

نمره به حروف:

آزمون نوبت دوم پایه یازدهم رشته ریاضی

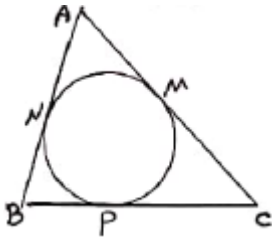
نام درس: هندسه ۲

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

بارم	سوالات	ردیف
۱	 $\hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AD}}{2}$ <p>در شکل مقابل ثابت کنید</p>	۱
۱/۵	<p>طول خط الکرکزین دو دایره مماس درونی ۲ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آن ها ۱۶π سانتی متر مربع است طول شعاعهای دو دایره را بدست آورید .</p>	۲
۱	<p>مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را بدست آورید که در دایره ای به شعاع R محاط شده باشد .</p>	۳

۴ در شکل مقابل ثابت کنید $AM = AN = P - BC$

۱/۵



۵ در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد AB و $A'B'$ هم اندازه اند

۱

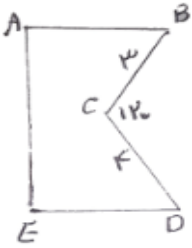
۶ نشان دهید تجانس شیب خط را حفظ می کند با فرض آنکه مرکز تجانس O خارج از پاره خط AB است و نسبت تجانس $K > 0$ است

۱

۷ به سوالات زیر پاسخ دهید
الف) در چه شرایطی انتقال تبدیل همانی است .

۱

ب) در چه شرایطی دوران غیر همانی نقطه ثابت تبدیل دارد .

<p>۱/۵</p>	<p>۸ دو شهر A و B در یک طرف رودخانه واقعند می خواهیم جاده ای از A به B بسازیم به طوری که چهار کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود این چهار کیلومتر را در چه قسمتی بسازیم تا کوتاهترین مسیر ممکن باشد</p>	<p>۸</p>
<p>۱</p>	<p>۹ دور زمین مقابل حصار کشی شده است می خواهیم بدون کم و زیاد کردن حصارها مساحت زمین را افزایش دهیم میزان افزایش را بدست آورید .</p> 	<p>۹</p>
<p>۱/۵</p>	<p>۱۰ ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه $(A = 90^\circ)ABC$ و با ارتفاع $AH = h_a$ داریم</p> $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$	<p>۱۰</p>

صفحه چهارم

۱	<p>۱۱ دو قایق از یک نقطه در دیاچه ای با سرعت ۶۰ کیلومتر بر ساعت و ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت با زاویه ۱۲۰ از هم دور می شوند نیم ساعت بعد دو قایق در چه فاصله ای از یکدیگر هستند .</p>	۱۱
۱	<p>۱۲ در مثلث ABC ، $BC = 10$ سانتی متر و $A = 120^\circ$ و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زاویه B را بدست آورید</p>	۱۲
۱	<p>۱۳ مثلث ABC با اندازه $AB = 4$ و $AC = 6$ و $BC = 8$ است طول میانه AM را بدست آورید .</p>	۱۳
۱/۲۵	<p>۱۴ در مثلث ABC ، $AB = 7$ و $AC = 4$ و $BC = 10$ است طول نیمساز داخلی C را بدست آورید .</p>	۱۴

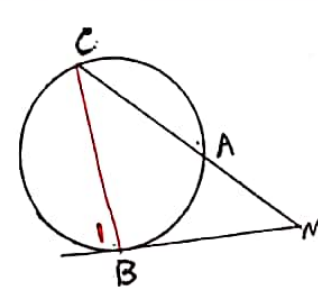
صفحه پنجم

۱	<p>مثلت ABC با اندازه اضلاع ۳ و ۵ و ۷ مفروض است مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون بدست آورید</p>	۱۵
۱	<p>ثابت کنید مساحت هر متوازی الاضلاع برابر حاصلضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آن دو ضلع است .</p>	۱۶
۱/۷۵	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید . الف) تبدیل _____ جهت را حفظ نمی کند . ب) ترکیب دو بازتاب که محورهای بازتاب متقاطع است یک _____ است . پ) شرط آن که تجانس طولیا باشد آن است که _____ ت) اگر $\langle 1 \mid K \rangle$ باشد در آن صورت تجانس را _____ می نامیم . ث) تبدیل دوران شیب خط را حفظ _____ ج) تبدیل انتقال زاویه را حفظ _____ د) در مثلث ABC اگر $AB = 10$ و $AC = 6$ و $BC = 9$ باشد اندازه زاویه A از 90° _____ است.</p>	۱۷
۲۰	جمع بارم	موفق باشید

به نام خدا

پایه نهم هندسه یا زدهم خرداد ۱۴۰۲

۱- در شکل متناهی ثابت کنید



$\hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2}$

$\hat{B}_1 = \hat{C} + \hat{M} \rightarrow \hat{M} = \hat{B}_1 - \hat{C}$

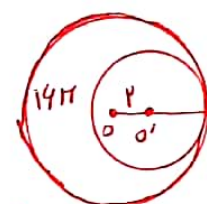
$\hat{B}_1 = \frac{\widehat{BC}}{2}$ (ظنی)

$\hat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ (محاطی)

$\rightarrow \hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2}$

هر راه حل دیگری که درست باشد نمره منظور می گردد

۲- طول خط مرکزین دو دایره بهمان درونی ۲ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آن ها 14π سانتی متر مربع است طول شعاع های دو دایره را بدست آورید.



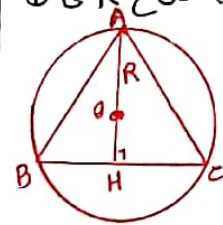
$S = 17R^2 - \pi R'^2 \rightarrow 14\pi = \pi(R^2 - R'^2)$

$(R - R')(R + R') = 14 \rightarrow R + R' = 11$

$\begin{cases} R + R' = 11 \\ R - R' = 2 \end{cases} \rightarrow 2R = 10 \rightarrow R = 5$

$R' = 3$

۳- مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را بدست آورید که در دایره ای به شعاع R محاط شده باشد.



ΔABC متساوی الاضلاع $\rightarrow AB = AC = BC = a$

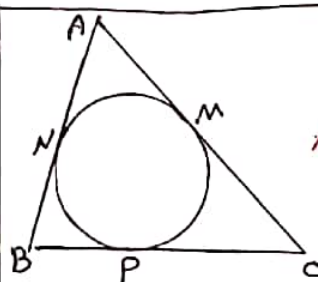
$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a$ (ارتفاع)

$\frac{OA}{R} = \frac{AH}{a} \rightarrow \frac{R-h}{R} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} a}{a} \rightarrow R-h = \frac{\sqrt{3}}{2} R$

$\rightarrow a = \frac{2\sqrt{3}}{3} R \rightarrow a = \sqrt{3} R$ (طول ضلع مثلث)

$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} R \cdot \sqrt{3} R = \frac{2\sqrt{3}}{3} R^2$

۱/۵



۴- در مثل متساوی الساقین

$$AM = AN = P - BC$$

A از $\rightarrow AM = AN$
 B از $\rightarrow BN = BP$
 C از $\rightarrow CM = CP$

$$2P = AB + AC + BC$$

$$2P = AN + NB + AM + MC + BP + PC$$

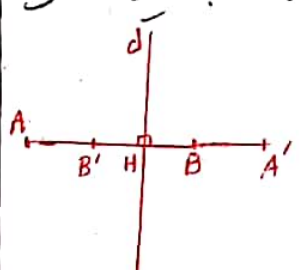
$$2P = 2AN + 2BP + 2PC$$

$$P = AN + BC$$

$$P - BC = AN = AM$$

۱

۵- در حالتی که پاره خط AB در راستای محور xy قرار دارد ثابت کنید که اگر



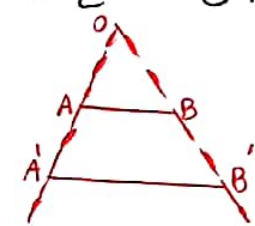
$AH = A'H$ و $BH = B'H$
 $AB = AH + BH$
 $A'B' = A'H + B'H$

$\Rightarrow AB = A'B'$

هر راه حل دیگری که درست باشد نمره منظوری است.

۱

۶- نشان دهید که چنان سبب خط را حفظی کند با فرض آنکه مرکز تجانس O خارج از پاره خط AB است و نسبت تجانس $k > 0$ است.



$OA' = kOA \rightarrow \frac{OA'}{OA} = k$
 $OB' = kOB \rightarrow \frac{OB'}{OB} = k$

عکس تالی $\rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} \rightarrow AB \parallel A'B'$

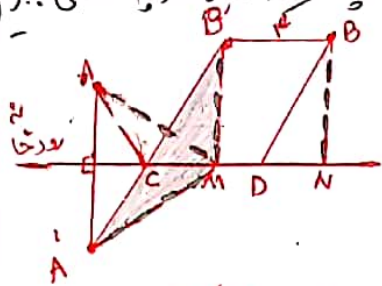
$\rightarrow m_{AB} = m_{A'B'}$

۷- سوالات زیر پاسخ دهید

الف) در چه شرایطی انتقال تبدیلی همانی است در صورتی انتقال تبدیلی همانی است که بردار انتقال برابر با بردار مرکز باشد.

ب) در چه شرایطی دوران غیر همانی نقطه ثابتی دارد. در صورتی که نقطه مورد نظر مرکز دوران باشد تحت هر دورانی ثابتی یا مانند این مرکز دوران نقطه ثابتی دارد.

۸- دو سر A و B در یک طرف رودخانه واقعند و می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم بطوریکه
 جاده یکسره از آن جاده در ساحل رودخانه ساخته شد این جاده یکسره را درجه قسمتی بسازیم
 تا کوتاهترین مسیر ممکن باشد.



$BB' \parallel CD \Rightarrow BB' \perp CD \rightarrow B'C = BD$
 مقدار از المصلاص

مسیر $ACDB = \underbrace{AC}_{A'C} + \underbrace{CD}_{C'D} + \underbrace{DB}_{B'D} = A'B' + F$

$BB' \parallel MN \rightarrow BB'MN \rightarrow B'M = B'N$
 مقدار از المصلاص

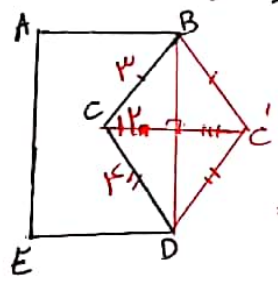
مسیر $AMNB = \underbrace{AM}_{A'M} + \underbrace{MN}_{F} + \underbrace{NB}_{B'M} = A'M + B'M + F$

$\triangle A'BM \xrightarrow{1,2} A'B' < A'M + MB'$

$A'B' + F < A'M + MB' + F$

مسیر $ACDB < \text{مسیر } AMNB$

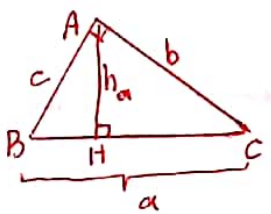
۹- دو زمین متقابل حصار کشی شده است می‌خواهیم بدون کم یا زیاد کردن حصارها مست
 زمین را افزایش دهیم میزان افزایش را بدست آورید.



میزان افزایش = $S_{B'C'D'} = 2 S_{BCD} = 2 \times \frac{1}{2} \times r \times h \times \frac{\sin 60^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
 \Rightarrow میزان افزایش = $4\sqrt{3}$

۱۰- ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ABC (A=90) و با ارتفاع AH = h_a داریم

$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$



$S_{ABC} = \frac{1}{2} h_a \cdot a$
 $S_{ABC} = \frac{1}{2} bc$
 $\rightarrow h_a \cdot a = bc$
 $h_a = \frac{bc}{a} \rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{bc}$

$\frac{1}{h_a^2} = \frac{a^2}{b^2 c^2} \rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2}$

$\frac{1}{h_a^2} = \frac{b^2}{b^2 c^2} + \frac{c^2}{b^2 c^2} \rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{c^2} + \frac{1}{b^2}$

۱۱- دو قایق از یک نقطه در دریا حیح ای با سرعت ۴۰ کیلومتر بر ساعت و ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت با زاویه ۱۲۰ از هم دوری شوند پس ساعت بعد دو قایق در حیح فاصله ای از یکدیگر هستند



$$OA = 40 \times \frac{1}{2} = 20$$

$$OB = 100 \times \frac{1}{2} = 50$$

$$AB^2 = 20^2 + 50^2 - 2(20)(50)\cos 120^\circ = 4900$$

$$AB = 70$$

۱۲- در مثلث ABC، BC=10، A=120 و AC = $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زاویه B را بدست آورید



$$\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{10}{\sin 120^\circ} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \rightarrow R = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

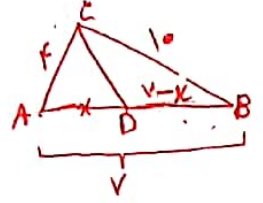
$$\frac{b}{\sin B} = 2R \rightarrow \frac{10\sqrt{6}}{3} = \frac{20}{\sqrt{3}} \rightarrow \sin B = \frac{10\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{20} = \frac{\sqrt{18}}{2}$$

$$\sin B = \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow B = 45^\circ$$

۱۳- در مثلث ABC، AB=4، AC=6 و BC=8 طول میان AM را بدست آورید

$$AM^2 = \frac{b^2}{2} + \frac{c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{16}{2} + \frac{36}{2} - \frac{64}{4} = 10 \rightarrow AM = \sqrt{10}$$

۱۴- در مثلث ABC، AB=7، AC=4 و BC=10 است طول سبزه زاویه داخلی C را بدست آورید



$$\frac{CA}{CB} = \frac{AD}{BD} \rightarrow \frac{4}{10} = \frac{x}{7-x} \rightarrow 4(7-x) = 10x \rightarrow 28 - 4x = 10x \rightarrow 28 = 14x \rightarrow x = 2$$

$$\rightarrow k = 2 \Rightarrow AD = 2, BD = 5$$

$$CD^2 = AC \cdot CB - AD \cdot DB$$

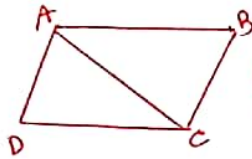
$$CD^2 = 4(10) - 2(5) = 30 \rightarrow CD = \sqrt{30}$$

۱۵- مثلث ABC با اندازه اضلاع ۳ و ۵ و ۷ مفروض است مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون بدست آورید

$$P = \frac{3+5+7}{2} = \frac{15}{2}$$

$$S = \sqrt{\frac{15}{2} \left(\frac{15}{2} - 3\right) \left(\frac{15}{2} - 5\right) \left(\frac{15}{2} - 7\right)} = \sqrt{\frac{15}{2} \times \frac{9}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

۱۶- ثابت کنید مساحت هر متدازی الاضلاع برابر با حاصلضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آن دو ضلع است



بارس قطر AC متدازی الاضلاع به دو مثلث هم‌انبساط تبدیل می‌شود

$$S_{ABC} = S_{ACD} \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABC}$$

$$S_{ABCD} = 2 \left(\frac{1}{2} BA \cdot BC \sin B \right) = BA \cdot BC \cdot \sin B$$

۱۷۵

۱۷- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید

(الف) تبدیل پارابول جهت را حفظ نمی‌کند

(ب) ترکیب دو بازتاب که محورهای بازتاب متقاطع است یک جولان است

(پ) شرط اینکه تجانس طولی باشد آن است که $|k| = 1$

(ت) اگر $|k| < 1$ باشد در آن صورت تجانس را انقباض می‌نامیم

(ث) تبدیل دوران سبب خط را حفظ می‌کند

(د) تبدیل انتقال اندازه زاویه را حفظ می‌کند

(ه) در مثلث ABC اگر $AB=1$ و $AC=2$ و $BC=9$ باشد اندازه زاویه A از 90° کمتر است

